Električna mjerenja
(pomoćni materijal za predavanja)

Univerzitet Crne Gore

Elektrotehnički fakultet

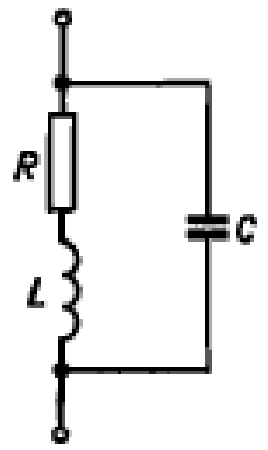
MJERNI INSTRUMENTI

Mjerni otpornici, kondenzatori i kalemovi

- Mjerni otpornici, kondenzatori i kalemovi nalaze najširu primjenu u električnoj mjernoj tehnici i mogu se naći u gotovo svim električnim mjernim instrumentima i uređajima
- Nepoznati otpori, kapaciteti i induktiviteti se određuju najčešće komparacijom sa mjernim uređajima.
- Tačnost mjerenja zavisi od tačnosti upotrijebljenih mjernih otpornika, kondenzatora odnosno kalemova, pa se oni za potrebe najpreciznijih mjerenja izrađuju čak u granicama grešaka od + 0,001%.
- Od mjernih otpornika se zahtijeva da njihov sopstveni induktivitet i kapacitet, kao i kapacitet prema zemlji budu što manji, da bi se pojednostavilo mjerenje.
- Slično se od mjernih kondenzatora i kalemova zahtijeva da predstavljaju što čistiji kapacitet i induktivitet.

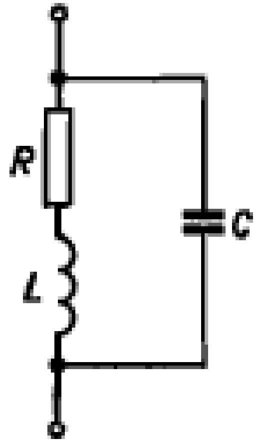
Mjerni otpornici

- Prolaskom struje kroz otpornik, unutar i oko njega nastaje magnetno polje, tako da svaki otpornik posjeduje i određeni induktivitet L, a usljed električnog naboja između zavoja i određeni kapacitet (mnoštvo kapaciteta malog iznosa). U cilju jednistavnosti, svi kapaciteti se predstavljaju jednim kapacitetom određenog iznosa, koji je povezan na početak i kraj otpornika.
- Na taj način dobijamo zamjensku šemu mjernog otpornika.



- Sopstveni induktivitet i kapacitet mjernog otpornika će izazvati fazni pomak između njegove struje i napona, pa otpornik neće predstavljati čisti otpor, naročito na području viših frekvencija
- Potrebno je što više smanjiti sopstveni induktivitet i kapacitet mjernog otpornika.
- Razmotrimo da **li** se njihove vrijednosti mogu tako međusobno uskladiti da mjerni otpornik djeluje kao čisti otpor.

Mjerni otpornici



- U tu svrhu odredimo impedansu Z:

$$Z = \frac{(R + j\omega L)\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = R\frac{1 + j\omega\left[\frac{L}{R}(1-\omega^2 LC) - RC\right]}{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}$$

- Od mjernih otpornika zahtijevamo mali fazni pomak: $tg\varphi \approx \varphi$

$$\varphi \approx tg\varphi = \omega\left[\frac{L}{R}(1-\omega^2 LC) - RC\right] = \omega\tau$$

gdje je τ vremenska konstanta otpornika: $$\tau = \left[\frac{L}{R}(1-\omega^2 LC) - RC\right]$$

Mjerni otpornici

- Na niskim frekvencijama važi: $\omega^2 LC \ll 1$

$$\tau = \left[\frac{L}{R}(1-\omega^2 LC) - RC\right] \xrightarrow{\omega^2 LC \ll 1} \tau = \frac{L}{R} - RC$$

- Kod većih otpora preovladava sopstveni kapacitet, a kod manjih induktivitet.
- Vidimo da je za $\frac{L}{R} - RC = 0$ i vremenska konstanta τ na niskim frekvencijama jednaka

nuli, odnosno da mjerni otpornik djeluje kao čist otpor,
- Tek na visokim frekvencijama, kada $\omega^2 LC$ više nije zanemarivo, dolazi do izražaja prisustvo L i C.

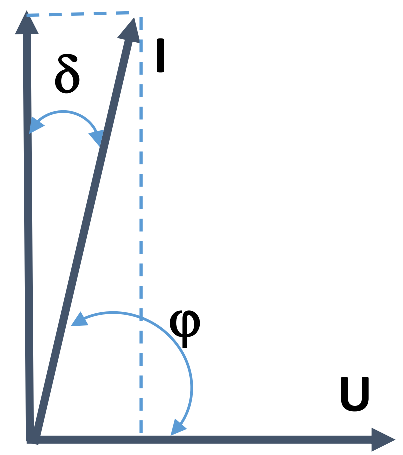
Mjerni kondenzator

- Za mjerne kondenzatore se zahtijeva da njihov kapacitet bude tačno poznat, vremenski nepromjenjiv, temperaturno nezavisan, i nezavisan od napona i frekvencije.
- Takođe potrebno je da oni predstavljaju što čistiji kapacitet, odnosno da imaju vrlo velik izolacioni otpor između elektroda, neznatne gubitke u dielektriku i dovodima i zanemarljiv sopstveni induktivitet.
- U praksi, fazni pomak φ između struje i napona mjernog kondenzatora nije tačno π/2 rad, nego je zbog gubitaka pomjeren za δ (odnosno iznosi π/2- δ)
- Gubici u kondenzatoru su tada:

$$P = UI\cos\varphi = UI\sin\delta$$

$$\approx \underbrace{U^2 C\omega\sin\delta \approx U^2 C\omega\delta}_{za\ malo\ \delta}$$

- Gubici u kondenzatoru, dakle, rastu sa kvadratom napona i frekvencijom.



UI vektorski dijagram kondenzatora sa gubicima

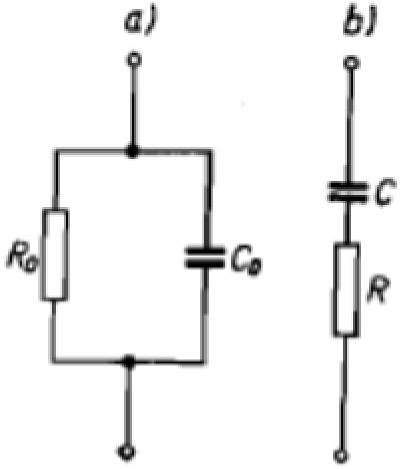
Mjerni kondenzator

- Gubici se mogu modelovati ekvivalentnom šemom u kojoj je gubitke uzrokovao otpor R vezan redno sa kapacitetom C ili otpor R_o vezan paralelno kapacitetu C_o
- Struja kondenzatora stvara magnetno polje oko dovoda do elektroda i u samom kondenzatoru, pa svaki kondenzator ima određeni mali induktivitet L, koji je značajan na visokim frekvencijama.
- Dovodi i elektrode kondenzatora imaju neki otpor, koji se na višim frekvencijama povećava
- Padovi napona na induktivitetu L i otporu Rd su srazmjerni struji kondenzatora, pa ih treba predstaviti redno spojene sa kapacitetom C

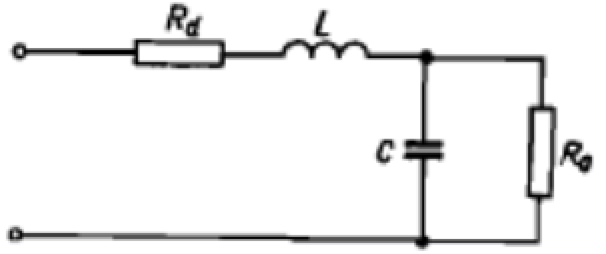
$$C = C_0(1 + tg^2\delta) \approx C_0$$

$$tg\delta = \omega R_0 C_0, \;\; paral.veza$$

$$tg\delta = \frac{1}{\omega RC}, \quad redna\, veza$$



Zamjenska šema kondenzatora s gubicima: a) paralena b) redna veza



Zamjenska šema kondenzatora na visokim frekvencijama

Mjerni kondenzator

- Dalje, zanemarimo sve gubitke u kondenzatoru, a rednu vezu L i C, zamijenimo jednim ekvivalentnim kapacitetom koji ima reaktansu kao ta serijska kombinacija:

$$\frac{1}{j\omega C_e} = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = \frac{1}{j\omega C}(1-\omega^2 LC)$$

$$C_e = \frac{C}{1-\omega^2 LC} = \frac{C}{1-\left(\frac{f}{f_0}\right)^2} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- f_0 je frekvencija na kojoj nastupa serijska rezonansa

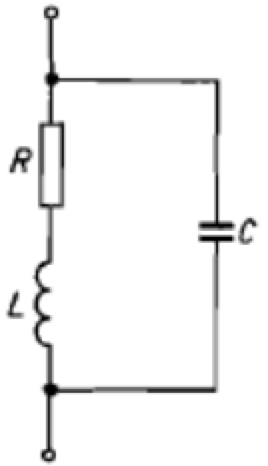
$$C_e > C \qquad f = f_0 \Rightarrow C_e \to \infty$$

- Na većim frekvencijama kondenzator djeluje kao kalem čiji je induktivitet:

$$L_e = L(1-(f_0/f)^2)$$

Mjerni kalemovi

- Zahtijeva se što čistiji induktivitet, vremenski konstantan, nezavisan od frekvencije, struje, temperature, spolj. magn. polja.
- Sopstveni kapacitet kalema treba da bude zanemarljiv, otpor kalema što manji. Drugim riječima *vremenska konstanta* kalema L/R treba da bude što veća.
- Mjerni kalem možemo predstaviti redno spojenim otporom R i induktivitetom L, sa kojima je paralelno spojen kapacitet C, kojim se modeluje sopstveni kapacitet mjernog kalema.
- Zamijenimo dalje takvu kombinaciju redno spojenim otporom R_e i induktivitetom L:



Zamjenska šema mjernog kalema

$$R_e + j\omega L_e = \frac{(R + j\omega L)\dfrac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}} =$$

$$= \frac{R + j\omega\left[L(1-\omega^2 LC) - R^2 C\right]}{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$za\ malo\ R\ i\ C \Rightarrow R^2 C\ \ je\ zanemarljivo\ u\ odn.\ L(1-\omega^2 LC)$$
$$kao\ \ i\ \omega^2 R^2 C^2$$

Mjerni kalemovi

$$R_e + j\omega L_e \approx \frac{R}{(1-\omega^2 LC)^2} + j\omega \frac{L(1-\omega^2 LC)}{(1-\omega^2 LC)^2}$$

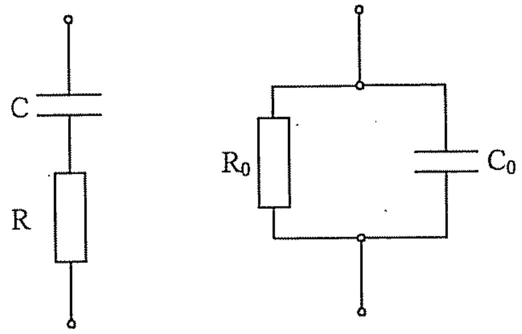
$$R_e = \frac{R}{(1-\omega^2 LC)^2} \approx R(1+2\omega^2 LC), \quad za\ \omega^2 LC \ll 1$$

$$L_e = \frac{L}{(1-\omega^2 LC)} \approx L(1+\omega^2 LC), \quad za\ \omega^2 LC \ll 1$$

R_e i L_e rastu sa frekvencijom. Rezonansa kalema nastupa pri frekvenciji:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Zadatak 2.2. Koliko iznosi C, R i ugao gubitaka nesavršenog kondenzatora, odnosno kondenzatora sa gubicima, ako je gubitke prouzrokovao otpor R dodat u seriju kapacitetu C ili otpor R_0 spojen paralelno kapacitetu C_0. Brojni podaci su: C_0=3 μF; R_0=60 kΩ i f=50 Hz.



$$\underline{z} = \underline{z}_0$$

$$R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_0}{1 + j\omega R_0 C_0}$$

$$R - j\frac{1}{\omega C} = \frac{R_0}{1+\omega^2 R_0^2 C_0^2} - j\frac{\omega R_0^2 C_0}{1+\omega^2 R_0^2 C_0^2}$$

$$tg\delta = R\omega C = 0,0177$$

$$R = \frac{R_0}{1+\omega^2 R_0^2 C_0^2} \qquad C = \frac{1+\omega^2 R_0^2 C_0^2}{\omega^2 R_0^2 C_0}$$

$$\delta = 1^\circ$$

$$R = 18,77\ \Omega \qquad C = 3\cdot 10^{-6}\ \mathrm{F}$$